

# Sincronización con arrays de antenas: aplicación al sistema Sarsat

Pau Closas Gómez, Carles Fernández Prades, Alejandro Ramírez González, Juan A. Fernández Rubio  
Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Universitat Politècnica de Catalunya  
e-mail: {closas, carlos, aramirez, juan}@gps.tsc.upc.es

**Abstract**—Search and Rescue satellite-based systems, like COSPAS-SARSAT, are based in Time Of Arrival (TOA) and Frequency Of Arrival (FOA) techniques to calculate the position of the emitter of a distress beacon signal relied by a set of satellites. In this paper, a discussion of the Sarsat signal is done, some classic and new beamforming techniques are exposed and simulations of Time delay and Doppler estimations are shown to compare single antenna and antenna array approaches.

## I. INTRODUCCIÓN

En caso de accidente, una radiobaliza que emita señales pidiendo ayuda puede salvarnos la vida. Este es el caso del sistema Sarsat (que ya ha rescatado a más de 17000 personas desde 1982), el cual cuenta con varios tipos de balizas (EPIRB para uso marino, ELT para aviones y PLB para uso personal) que, en caso de necesidad, emiten una señal de socorro. Estas señales son recibidas por satélites y retransmitidas a centros de control terrestre, llamados *Local User Terminals*, LUTs. Mediante la recepción de varias réplicas de esta misma señal provenientes de varios satélites y la estimación del retardo y desplazamiento Doppler que han sufrido, desde el LUT es posible calcular la posición desde la cual se ha pedido ayuda y enviar un equipo de rescate.

Actualmente se dispone de once satélites con procesadores dedicados a este sistema, denominados *Search and Rescue Processors* (SARP), que reciben señales a 406 MHz, realizan medidas de tiempo y frecuencia, retransmiten la señal en tiempo real (desplazada a 1544.5 MHz) y guardan una copia a bordo para posteriores transmisiones, evitando así la pérdida de una señal cuando el satélite no tiene una visión directa del LUT. Esta característica dota al sistema de una cobertura global del planeta, aunque no a tiempo real. Para una mayor calidad de servicio se necesita un mayor número de satélites que cuenten con unidades SARP capaces de procesar las señales provenientes de las radiobalizas.

La Agencia Espacial Europea (ESA) está considerando la posibilidad de equipar a los satélites del futuro sistema de posicionamiento global Galileo con unidades SARP. Las ventajas que esta nueva constelación puede aportar son interesantes: reducción del tiempo transcurrido hasta que la alerta llega al centro de control, posicionamiento más preciso de la radiobaliza (de los 3 Km actuales a unos pocos metros) y reducción de falsas alarmas, uno de los mayores problemas del sistema

actual. Además, se planea añadir un canal de retorno que informe al usuario de la recepción de la alerta. Sin embargo, las limitaciones de potencia en los repetidores de abordó dificultan en gran medida la tarea de estimar los parámetros de la señal que permiten localizar al accidentado (el retardo y el desplazamiento Doppler) con suficiente precisión. Queda así justificada la investigación de nuevos métodos de estimación de parámetros capaces de extraer la información requerida de señales con potencias extremadamente bajas.

Para ello, se aprovechará una característica inherente al funcionamiento del sistema: cada LUT tiene un conocimiento muy preciso de la posición de los satélites, es decir, de las direcciones de llegada de las señales a estimar. Esta información puede ser explotada por un array de antenas gracias a la diversidad espacial que proporcionan.

## II. MODELO DE SEÑAL

### A. Señal Sarsat

Las especificaciones técnicas para las señal de socorro emitidas por las radiobalizas puede encontrarse en [1]. En este apartado se realizará un breve resumen de sus características y un análisis de su modulación. A grandes rasgos, la señal se forma con un tono puro a 406 MHz de 160 ms de duración, seguido de un preámbulo de sincronización conocido de 24 bits y un mensaje de usuario de 88 bits (mensaje corto) o 120 bits (mensaje largo) a 400 bps. Este mensaje tiene un código corrector de errores BCH que introduce una ganancia de codificación de 2 dB a añadir a la tasa de error del sistema, que será calculada en la expresión (10). La modulación puede expresarse como

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad (1)$$

donde

$$\phi(t) = \sum_{k=1}^{N_b} 1.1 a_k p_{man}(t - kT_b) \quad (2)$$

siendo  $a_k = \pm 1$  los símbolos transmitidos,  $T_b = 2.5$  ms y  $N_b$  el número de símbolos incluyendo el preámbulo ( $N_b = 112$  para el mensaje corto y  $N_b = 144$  para el largo).  $p_{man}$  se refiere al pulso de Manchester definido como

$$p_{man}(t) = \prod \left( \frac{t - \frac{T_b}{4}}{\frac{T_b}{2}} \right) - \prod \left( \frac{t - \frac{3T_b}{4}}{\frac{T_b}{2}} \right) \quad (3)$$

Sustituyendo (2) en (1) se obtiene

$$x(t) = A \cos(1.1) \cos(2\pi f_c t) + \quad (4)$$

$$-A \sin(1.1) \sum_{k=1}^{N_b} a_k p_{man}(t - kT_b) \sin(2\pi f_c t)$$

Hasta este punto se han considerado señales paso banda. En aras de la simplicidad en el análisis matemático y en las simulaciones, esta señal puede expresarse con su equivalente paso bajo  $s(t)$  (también llamada envolvente compleja o señal en banda base). La señal analítica de  $x(t)$  es de la forma

$$a_x(t) = A \exp\{j(2\pi f_c t + \phi(t))\} \quad (5)$$

y desplazándola en frecuencia una cantidad  $f_c$  se obtiene el equivalente paso bajo:

$$s(t) = a_x(t) \exp\{-j2\pi f_c t\} = A \exp\{j\phi(t)\} = \quad (6)$$

$$= A \cos(1.1) + jA \sin(1.1) \sum_k a_k p_{man}(t - kT_b)$$

Es importante observar que la información está en la parte imaginaria de la señal paso bajo, es decir, en la componente en cuadratura de la señal paso banda. Si segmentamos la señal en símbolos,  $s(t) = \sum_{k=1}^{N_b} s_k(t - kT_b)$ , la envolvente compleja para un bit particular  $k$  es

$$s_k(t) = A \cos(1.1) \prod \left( \frac{t - \frac{T_b}{2}}{T_b} \right) + jA \sin(1.1) a_k p_{man}(t) \quad (7)$$

Teniendo en cuenta que la energía de bit es  $E_b = A^2 T_b$ , los símbolos  $s_k$  pueden representarse como componentes de un vector

$$\mathbf{s}_k = \left( \sqrt{E_b} \cos(1.1), a_k \sqrt{E_b} \sin(1.1) \right) \quad (8)$$

cuya base ortonormal se define como

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{T_b}} \prod \left( \frac{t - \frac{T_b}{2}}{T_b} \right), \quad \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{T_b}} p_{man}(t) \quad (9)$$

En el caso de un detector coherente perfectamente sincronizado, y suponiendo símbolos equiprobables con ruido aditivo Gaussiano y blanco con varianza  $\sigma_n^2 = N_0$ , el umbral de decisión se ajusta a cero y la probabilidad de error de bit (BER) se obtiene a partir de

$$BER = Q \left( \frac{d_{min}}{\sigma_n} \right) = Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \sin(1.1) \right) \quad (10)$$

siendo  $d_{min} = \sqrt{E_b} \sin(1.1)$  la mínima distancia entre un símbolo y el umbral, y la función  $Q(\cdot)$  definida como:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \int_x^\infty \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right\} dy \quad (11)$$

El satélite que recibe una señal de este tipo, la traslada a 1544.5 MHz y la emite pasándola por un filtro con un ancho de banda de 6 KHz. Este filtro determina el límite de precisión con el que se pueden estimar los parámetros de sincronización.

## B. Señal SARSAT3

La agencia espacial francesa (*Centre National d'Etudes Spatiales*, CNES) propuso en 2003 una nueva señal para el sistema SARSAT, cuyos detalles pueden encontrarse en [2], planificada para ser lanzada en 2005. Los nuevos procesadores SARP-3 serán capaces de operar con la señal descrita en el apartado anterior y también con la que va a ser descrita a continuación. También centrada en 406 MHz, básicamente consta de un tono puro de 82 ms de duración seguido de un preámbulo de sincronización de 30 bits (15 símbolos) a 400 sps con una modulación QPSK y un mensaje con código convolucional  $(7, \frac{1}{2})$  entrelazado (que aporta una ganancia de codificación de 4.5 dB) de 88 bits en caso de mensaje corto y 120 bits en el largo. Se utiliza un pulso sin retorno a cero en la componente en fase y un pulso Manchester en la componente en cuadratura.

La señal modulada puede expresarse como

$$x(t) = A \sum_{k=1}^{N_s} (a_k p(t - kT_s) \cos(2\pi f_c t) + \quad (12)$$

$$-b_k p_{man}(t - kT_s) \sin(2\pi f_c t))$$

donde  $a_k = \{\pm 1\}$  y  $b_k = \{\pm 1\}$  son los símbolos en fase y cuadratura,  $N_s$  es el número de símbolos transmitidos incluyendo el preámbulo ( $N_s = 111$  para el mensaje corto y  $N_s = 144$  para el largo), y  $p(t) = \prod \left( \frac{t - \frac{T_s}{2}}{T_s} \right)$ , con  $T_s = 2.5$  ms. El equivalente paso bajo es

$$s(t) = A \sum_{k=1}^{N_s} (a_k p(t - kT_s) + j b_k p_{man}(t - kT_s)) \quad (13)$$

En este caso, la energía por bit es  $E_b = 2A^2 T_s$ , y en función de ella se expresa el vector de señal

$$\mathbf{s}_k = \left( a_k \sqrt{\frac{E_b}{2}}, b_k \sqrt{\frac{E_b}{2}} \right) \quad (14)$$

con la base ortonormal definida en (9). Bajo las mismas suposiciones en recepción que en el caso anterior, la BER para este sistema es

$$BER = 2Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) - Q^2 \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) \cong 2Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) \quad (15)$$

## C. Señal recibida por un array de antenas

Si  $M$  es el número de satélites con vista directa con el LUT que están retransmitiendo una misma señal de socorro, en la antena se recibirá

$$x(t) = \sum_{i=1}^M a_i s_i(t - \tau_i) \exp\{j2\pi f_i t\} + w(t) \quad (16)$$

Este modelo se extiende fácilmente en caso de disponer de un array de  $N$  antenas en recepción. Si cada fila de los vectores columna corresponde a una antena:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{G} \mathbf{A} d(t, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{f}) + \mathbf{n}(t) \quad (17)$$

donde

- $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  es el vector de señal observada,
- $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  depende de la geometría física del array y de las direcciones de llegada (DOAs). Esta matriz puede considerarse conocida puesto que los satélites de sistemas de navegación emiten continuamente su posición.
- $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  es una matriz diagonal con los elementos del vector de amplitudes  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_M]^T$ ,
- $\mathbf{d}(t, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{f}) = [d_1(t) \dots d_M(t)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , con  $d_i(t) = s_i(t - \tau_i) \exp\{j2\pi f_i(t - \tau_i)\}$ , son las envolventes de las señales retardadas y desplazadas en frecuencia, y
- $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  representa el ruido aditivo y el resto de factores de distorsión, como interferencias o efecto multicamino.

Tomando  $K$  muestras en cada antena simultáneamente, el modelo de señal puede expresarse como

$$\mathbf{X} = \mathbf{GAD} + \mathbf{N} \quad (18)$$

utilizando las siguientes definiciones:

- $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_0) \dots \mathbf{x}(t_{K-1})] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ , referida como matriz de datos espaciotemporal,
- $\mathbf{D} = [\mathbf{d}(t_0) \dots \mathbf{d}(t_{K-1})] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ , conocida como matriz de funciones base, y
- $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_0) \dots \mathbf{n}(t_{K-1})] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ , una matriz que contiene el ruido y todas las señales indeseadas.

### III. CONFORMACIÓN DE HAZ

La conformación de haz en arrays de antenas consiste en multiplicar por un peso complejo cada rama del array y sumarlas para obtener una única salida de forma que el diagrama de radiación global de la antena sea manipulable electrónicamente. Considerando un array con  $N$  sensores, el vector de pesos puede definirse como  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times 1} = [w_0 \dots w_{N-1}]^T$ , y la salida del array como  $\mathbf{y} = \mathbf{w}^H \mathbf{X}$ . El vector de pesos  $\mathbf{w}$  se puede diseñar utilizando diversos métodos, en general explotando la diversidad espacial de los arrays [3]. En el presente estudio se presentan diversos algoritmos para la conformación de haz aplicados al sistema COSPAS-SARSAT.

#### A. Minimum Variance Beamformer (MVB)

El conformador de haz de Mínima Varianza (MVB) consiste en minimizar la potencia total a la salida del array a la vez que se fuerzan máximos en la dirección de llegada de las señales. Considerando el modelo de señal descrito en (18), el conformador se define como el vector de pesos  $\mathbf{w}$  tal que

$$\hat{\mathbf{w}}_{MVB} = \arg \min_{\mathbf{w}} E \left\{ |\mathbf{w}^H \mathbf{X}|^2 \right\} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{XX} \mathbf{w} \quad (19)$$

$$\text{con la restricción} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{G} = \mathbf{1}_{1 \times M} \quad (20)$$

donde  $\hat{\mathbf{R}}_{XX} = \frac{1}{K} \mathbf{X} \mathbf{X}^H$  es la estimación de la matriz de autocorrelación de los datos. Mediante el método de los multiplicadores de Lagrange se obtiene el conformador MVB como

$$\hat{\mathbf{w}}_{MVB} = \hat{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \mathbf{G} \left( \mathbf{G}^H \hat{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \mathbf{G} \right)^{-1} \mathbf{1}_{M \times 1} \quad (21)$$

Para poder aplicar este algoritmo de conformación de haz se hace indispensable el conocimiento de la matriz de DOAs  $\mathbf{G}$ . La suposición de que  $\mathbf{G}$  es conocida es razonable dado que el MEOLUT es un sistema estático, es decir, con su posición y altitud conocidas y la posición de los satélites también es conocida.

Una ligera modificación del conformador anterior lleva a un algoritmo que se adapta más a las necesidades del problema de estimación de frecuencias. Dado que una de las restricciones más importantes en este tipo de estimaciones se debe al enmascaramiento de tonos por parte de lóbulos secundarios de otras señales más potentes, llevando a la estimación de falsos picos, parece razonable intentar realizar una normalización de potencias antes de la estimación de frecuencias. Si  $\hat{P}_i = \hat{a}_i \hat{a}_i^*$  es la estimación de potencia del señal  $i$ , la versión normalizada del conformador MVB se deriva como el vector de pesos que minimice

$$\hat{\mathbf{w}}_{NMVB} = \arg \min_{\mathbf{w}} E \left\{ |\mathbf{w}^H \mathbf{X}|^2 \right\} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{XX} \mathbf{w} \quad (22)$$

$$\text{con la restricción} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{G} = \left[ \frac{1}{\hat{P}_1} \dots \frac{1}{\hat{P}_M} \right] \quad (23)$$

así el conformador NMVB es

$$\hat{\mathbf{w}}_{NMVB} = \hat{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \mathbf{G} \left( \mathbf{G}^H \hat{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \mathbf{G} \right)^{-1} \left[ \frac{1}{\hat{P}_1} \dots \frac{1}{\hat{P}_M} \right]^T \quad (24)$$

#### B. Temporal Reference Beamformer (TRB)

El conformador de haz de referencia temporal (TRB) se basa en la minimización del error cuadrático medio, definiendo el error como la diferencia entre la salida del array y una señal de referencia. Dado que el mensaje emitido, o parte de él, es conocido a priori, existe una información temporal que puede ser usada. No se trata de una referencia totalmente conocida, pero sí parametrizada por los valores de interés: retardo y Doppler. Expresando la referencia temporal como  $\mathbf{a}^T \mathbf{D}$ , el vector de pesos se obtiene minimizando el error

$$\hat{\mathbf{w}}_{TRB} = \arg \min_{\mathbf{w}} E \left\{ |\mathbf{w}^H \mathbf{X} - \mathbf{a}^T \mathbf{D}|^2 \right\} \quad (25)$$

Manipulando esta expresión con ayuda del gradiente se obtiene el conformador TRB

$$\hat{\mathbf{w}}_{TRB} = \hat{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \hat{\mathbf{R}}_{XD} \mathbf{a}^* \quad (26)$$

donde  $\hat{\mathbf{R}}_{XX}$  se define como antes, y  $\hat{\mathbf{R}}_{XD} = \frac{1}{K} \mathbf{X} \mathbf{D}^H$ . El vector de amplitudes puede ser estimado mediante otros métodos o inicializado a un valor arbitrario (por ejemplo la amplitud esperada en el sistema).

### IV. SIMULACIONES

El sistema SARSAT está diseñado para funcionar adecuadamente si se obtiene una BER de  $10^{-6}$  en el LUT. Como se ha visto, este parámetro depende del coeficiente  $\frac{E_b}{N_0}$ , que a su vez depende de la Potencia Isotrópica Radiada Equivalente (PIRE), pérdidas debidas a la propagación en espacio libre, condiciones atmosféricas, apuntamiento, errores de sincronización, etc. En este artículo se han estudiado técnicas que sobrepasan las

necesidades de precisión requeridas para la correcta demodulación del mensaje, ya que los parámetros de sincronización son en sí mismos fuente de información sobre la posición de la baliza. Se ha diseñado un escenario con array de 9 antenas y una frecuencia de muestreo  $f_s = 12.8$  KHz, para las estimaciones de retardo se ha usado una sola señal de 30 dBHz de relación CN0, Doppler de -1 KHz y retardo de 161 ms, para realizar las estimaciones de frecuencias se han usado dos señales con -2 y 1 KHz de Doppler y 161 y 171 ms de retardo donde una de ellas mantiene fija su CN0 a 30 dBHz y en la otra se realiza un barrido de potencias. Las señales descritas en los apartados II.A y II.B se han generado siguiendo las especificaciones de [1] y [2]. Para conseguir una medida de señal a ruido independiente del ancho de banda  $B = \frac{f_s}{2}$ , la SNR se normaliza a 1 Hz. El parámetro resultante se denomina relación de portadora a densidad de ruido, y se define como

$$CN0 = 10 \log(SNR \cdot B) \quad [dB - Hz] \quad (27)$$

La salida del array puede entenderse como la salida de una única *antena equivalente*, de manera que los métodos de estimación de parámetros aplicados son algoritmos de antena simple. Se ha optado por el banco de filtros adaptados para las estimaciones de retardo y la FFT para las estimaciones de Doppler. Una descripción más detallada de estos métodos, así como las modificaciones realizadas para adaptarlo a las particularidades del sistema, se puede encontrar en [4].

La figura 1 muestra el error en la estimación de los retardos haciendo uso de diversas técnicas de conformación de haz. El hecho más apreciable es que el uso de cualquiera de estas técnicas mejora las estimaciones realizadas con una sola antena, si bien el conformador de referencia temporal obtiene mejores resultados en la sincronización temporal del sistema. En la figura 2 se muestra el error en la estimación de los Dopplers del escenario propuesto, resulta evidente que el conformador de Mínima Varianza Normalizado es una buena opción para la estimación de tonos en esta aplicación. También cabe remarcar que el conformador de referencia temporal no aporta ninguna mejora en la sincronización de frecuencias respecto a un receptor de una sola antena.

## V. CONCLUSIONES

En este artículo se ha realizado un análisis de las señales utilizadas en el sistema de búsqueda y rescate SARSAT, en términos de espacio de señal y cálculo de tasa de error. La inclusión de repetidores SARSAT en satélites Galileo puede suponer un importante incremento en la calidad de servicio, pero las restricciones de potencia requieren métodos de sincronización capaces de operar con señales a potencias extremadamente bajas. Para superar este problema, se proponen métodos de estimación de retardos y desplazamientos Doppler basados en arrays de antenas y un nuevo conformador de haz capaz de superar las limitaciones del sistema. Las conformaciones de haz múltiple se revelan como buenas soluciones a la luz de los resultados obtenidos en las simulaciones, donde puede observarse la ganancia obtenida respecto a LUTs de antena simple. Según estos resultados, se recomienda proseguir

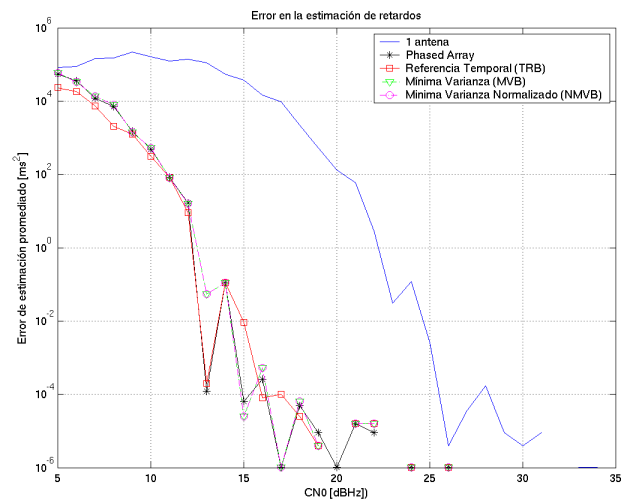


Fig. 1. Error en la estimación de retardos para diferentes conformaciones de haz

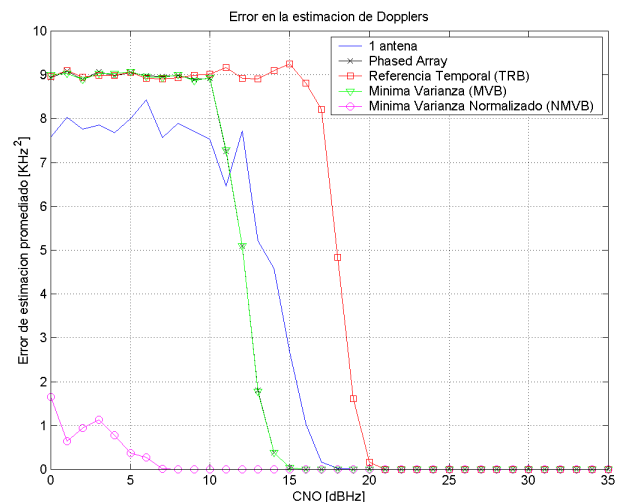


Fig. 2. Error en la estimación de frecuencias para diferentes conformaciones de haz

las investigaciones en esta línea para que la inclusión de este servicio en los satélites de la constelación Galileo sea una posibilidad factible.

## REFERENCIAS

- [1] Cospas-Sarsat Council, "Specification for Cospas-Sarsat 406 MHz distress beacons," Tech. Rep. T.001, COSPAS-SARSAT, October 1999, Available at <http://www.cospas-sarsat.org/download/t1oct28.pdf>.
- [2] Michel Sarthou and Claude Gal, "Sarsat-3 new generation beacon general specification," Tech. Rep., CNES, 2003.
- [3] Barry D. Van Veen and Kevin M Buckley, "Beamforming: A versatile approach to spatial filtering," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 5, no. 2, pp. 4-24, April 1988.
- [4] Pau Closas Gómez, "Parameter estimation in search & rescue satellite-based systems," M.S. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, November 2003, Advisor: Carles Fernández Prades.